La forme canonique

Fiche méthode

Reconnaitre un polynome du second degré ...

pour identifier un polynôme du second degré, il faut vérifier si on peut l'écrire sur $\mathbb{R}$ sous la forme développée suivante : ax^2+bx+c où b et c sont des réels et a un réel non nul.

Exemples : Voici des polynômes du second degré :

$2x^2-3$, en effet a=2, b=0 et c=-3 ;

$(x+1)(x+3)=x^2+3x+x+3=x^2+4x+3$, en effet a=1, b=4 et c=3 ;

$\frac{1}{2}x^2+\sqrt{3}x$, en effet $a=\frac{1}{2}$, $b=\sqrt{3}$ et $c=0$;

Contre-exemples : voici des fonctions qui ne sont pas des polynômes du second degré

$x^2+\sqrt{x}+1$ n'est pas un polynôme du second degré à cause de $\sqrt{x}$;

$2x+6$ est une fonction affine donc n'est pas un polynôme du second degré ;

$\frac{x^3+x^2+x}{x}$ n'est pas un polynôme du second degré, car n'est pas définie sur $\mathbb{R}$;

Trouver la forme canonique ...

Il suffit de connaitre et d'appliquer le cours

Le cours : si $f(x)=ax^2+bx+c$ alors la forme canonique de f est $a(x-\alpha)^2+\beta$ où $\alpha=\frac{-b}{2a}$ et $\beta=f(\alpha)$.

Exemples : La forme canonique de $f(x)=2x^2-12x+11$ est: f(x) est un polynôme du second degré avec a=2 ; b=-12 et c=11, d'où : $\alpha=\frac{-b}{2a}=\frac{-(-12)}{2\times2}=3$ et $\beta=f(\alpha)=f(3)=2\times3^2-12\times3+11=-7$

Conclusion : $f(x)=2(x-3)^2-7$

Utliser la forme canonique pour trouver l'extremum ...

Il suffit de connaitre et d'appliquer le cours

Le cours : Si la forme canonique de f est $a(x-\alpha)^2+\beta$, alors si a est positif, f admet un minimum en α qui est β et si a est négatif, f admet un maximum en α qui est β.

Exemples : $f(x)=2(x-3)^2-7$ admet un minimum (car a=2>0) en 3 qui vaut -7.

$f(x)=-(x+2)^2+6$ admet un maximum (car a=-1<0) en -2 qui vaut 6

Utliser la forme canonique pour factoriser ...

il suffit appliquer l'identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ si c'est possible

Exemples : Factoriser

1) $(x+5)^2-9=(x+5)^2-3^2=(x+5-3)(x+5+3)=(x+2)(x+8)$
2) $2(x-3)^2-10=2[(x-3)^2-5]=2[(x-3)^2-\sqrt{5}^2]=2(x-3-\sqrt{5})(x-3+\sqrt{5})$
3) $(x+2)^2+1=x^2+4x+5$ ne se factorise pas car ce n'est pas une identité remarquable...