Géométrie plane

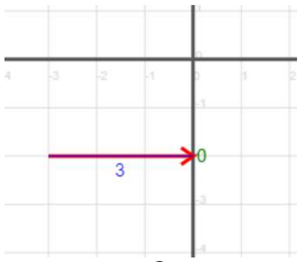
Fiche méthode : Géométrie dans un repère

Lire les coordonnées d'un vecteur...

Pour déterminer graphiquement les coordonnées d'un vecteur, on part de l'origine du vecteur jusqu'à l'extrémité du vecteur en se déplaçant horizontalement (pour obtenir l'abscisse) puis verticalement (pour obtenir l'ordonnée).

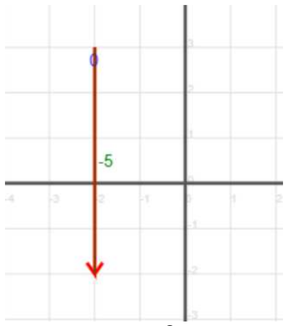
Voici 3exemples :

Le vecteur est horizontal



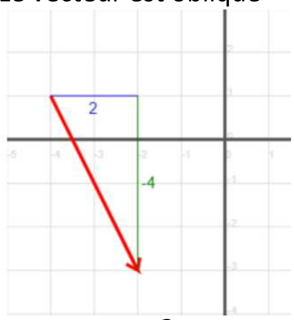
$\vec{u}\binom{3}{0}$

Le vecteur est vertical



$\vec{u}\binom{0}{-5}$

Le vecteur est oblique



$\vec{u}\binom{2}{-4}$

Calculer les coordonnées d'une somme de vecteurs ...

Pour calculer les coordonnées d'une somme de vecteur, d'un produit d'un vecteur par un nombre ou simplement d'un vecteur, il faut utiliser les règles du cours.

Exemple : Dans un repère orthonormé (O ; I, J) , on considère les vecteurs $\vec{u}\binom{1}{-2}$et $\vec{v}\binom{3}{4}$ et point A(3 ; 5). Trouver les coordonnées du point B tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u} - \vec{v}$.

Soit B(x_B ; y_B), on a alors $\overrightarrow{AB}\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \binom{x_B - 3}{y_B - 5}$

$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \binom{1}{-2} + \left(-\binom{3}{4}\right) = \binom{1}{-2} + \binom{-3}{-4} = \binom{1 + (-3)}{-2 + (-4)} = \binom{-2}{-6}$

Deux vecteurs sont égaux s'ils ont les mêmes coordonnées.

Donc $\overrightarrow{AB} = \vec{u} - \vec{v} \Rightarrow \begin{cases} x_B - 3 = -2 \\ y_B - 5 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = -2 + 3 = 1 \\ y_B = -6 + 5 = -1 \end{cases}$

Conclusion : B(1 ; -1)

Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs ...

Pour démontrer l'alignement ou le parallélisme dans un repère orthonormé, on peut calculer les coordonnées de vecteurs et utiliser le déterminant pour tester la colinéarité.

Dans un repère orthonormé (O ; I, J) , on considère les points A(2 ; 3), B(4 ; -1), C(2 ; 2) et D(3 ; 0). Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

On calcule $\overrightarrow{AB}\binom{x_B - x_A}{y_B - y_A} = \binom{4-2}{-1-3} = \binom{2}{-4}$ et $\overrightarrow{CD}\binom{x_D - x_C}{y_D - y_C} = \binom{3-2}{0-2} = \binom{1}{-2}$.

Pour vérifier si $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, on calcule $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD})$.

$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 2 \times (-2) - (-4) \times 1 = -4 + 4 = 0$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

Donc les droites (AB) et (CD) sont parallèles.