Géométrie

Fiche méthode : les droites

Déterminer une équation de droite à partir de deux points ...

Pour déterminer une équation de droite à partir de deux points, on va chercher son équation réduite. Si elle est verticale, elle est du type « x=k », sinon on calcule sa pente et son ordonnée à l'origine.

Exemple : Dans le repère (O ;I ;J), A(5 ;2) et B(6 ;4). Donner une équation de la droite (AB).

$xA = 5 \neq xB = 6$ donc la droite (AB) n'est pas verticale et admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$.

Avec $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-2}{6-5} = 2$ et $p = y_A - mx_A = 2 - 2 \times 5 = -8$.

Conclusion : l'équation réduite de (AB) est $y = 2x - 8$.

Déterminer une équation de droite à partir d'un point et un vecteur directeur ...

Pour déterminer une équation à partir d'un point A et d'un vecteur directeur $\vec{u}$, on considère un point M(x ;y) de cette droite et la relation dét($\overrightarrow{AM}$,$\vec{u}$)=0 représente une équation cartésienne de (AB).

Exemple : Dans le repère (O ;I ;J), donne une équation de la droite passant par A(1 ;2) et de vecteur directeur $\vec{u}$(3.4).

Soit M(x ;y) un point de cette droite, alors $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-2 \end{pmatrix}$ et $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ sont colinéaires/

Donc dét($\overrightarrow{AM}$,$\vec{u}$)=0 $\Leftrightarrow 4(x-1) - 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 2 = 0$.

Conclusion : Une équation cartésienne de cette droite est $4x - 3y + 2 = 0$

Déterminer une équation de droite à partir d'un point et d'une pente...

Pour déterminer une équation d'une droite à partir d'un point A(x_A,y_A) et de sa pente *m*, on calcule son ordonnée à l'origine $p=y_A-mx_A$, et l'équation réduite de cette droite sera $y=mx+p$.

Exemple : Dans le repère (O ;I ;J), donner une équation de la droite passant par A(1 ;2) et de pente 3.

$p = y_A - mx_A = 2 - 3 \times 1 = -1$.

Conclusion : l'équation réduite de cette droite est $y = 3x - 1$.

Déterminer la pente ou un vecteur directeur à partir d'une équation ...

Pour déterminer la pente et un vecteur directeur à partir d'une équation réduite, si la droite est verticale, il n'y a pas de pente et un vecteur directeur est (1 ;0), sinon elle a une équation de la forme $y=mx+p$, où sa pente est m et un vecteur directeur $\vec{u}$(1 ;m).

Exemple : Dans le repère (O ;I ;J), une équation réduite de la droite (d) est y=2x+5.

Donc sa pente est m=2 et un vecteur directeur est $\vec{u}$(1 ;2).

Pour déterminer la pente et un vecteur directeur à partir d'une équation cartésienne $ax+by+c=0$, un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ et la pente est $m = \frac{-a}{b}$.

Exemple : Dans le repère (O ;I ;J), une équation réduite de la droite (d) est 2x+y+5=0.

Donc un vecteur directeur est $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et sa pente $m = \frac{-2}{1} = -2$.

Déterminer la pente ou un vecteur directeur à partir d'une représentation graphique

Pour déterminer la pente et un vecteur directeur à partir d'une représentation graphique, il suffit de repérer 2 points, puis de calculer le vecteur à partir de ces 2 points. Pour obtenir la pente si $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur avec (a$\neq$ 0) alors la pente est $m = \frac{b}{a}$.

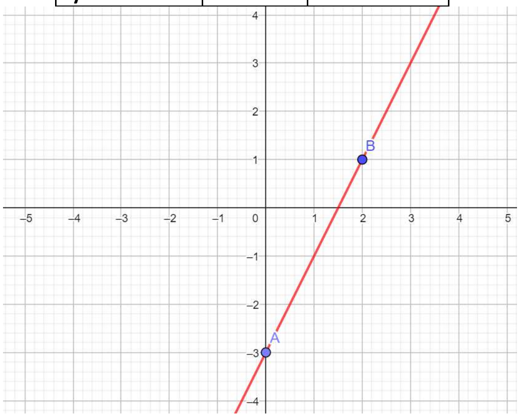
Tracer une droite connaissant son équation cartésienne ou réduite ...

Pour tracer une droite connaissant une équation cartésienne ou réduite, il suffit trouver 2 points en choisissant des valeurs à x (ou à y) et on calcule la valeur de y (ou de x) associée.

Exemples : Tracer les 2 droites (d_1) et (d_2) d'équations : y=2x-3 et 2x-3y+12=0 ;

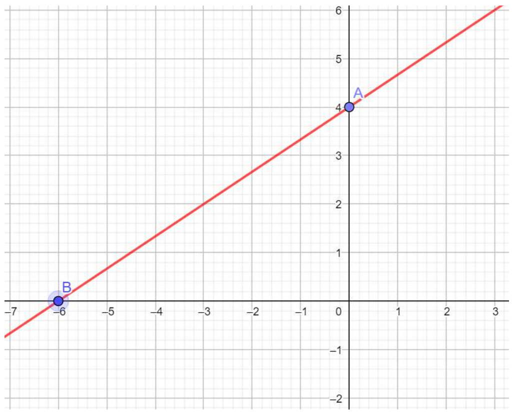
Pour tracer (d_1), on cherche deux points :

x	0	2
y=2x-3	-3	1



Pour tracer (d_2), on cherche 2 points :

- En prenant x=0, on a : -3y+12=0 donc y=4, A(0 ;4)
- En prenant y=0, on a :2x+12=0 donc x=-6, B(-6 ;0)



Etablir que trois points sont alignés ou non...

Pour montrer que trois points sont alignés, il suffit de déterminer l'équation de la droite passant par deux points et de vérifier que le troisième point appartient à la droite.

Exemple : Dans le repère (O ;I ;J), les points A(5 ;2), B(6 ;4) et C(10 ;12) sont-ils alignés ?

$xA = 5 \neq xB = 6$ donc la droite (AB) n'est pas verticale et admet une équation réduite de la forme $y = mx + p$.

Avec $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{4-2}{6-5} = 2$ et $p = y_A - mx_A = 2 - 2 \times 5 = -8$.

L'équation réduite de (AB) est $y = 2x - 8$.

Vérifions si C(10 ;12) appartient à la droite (AB), on calcule $2x_C - 8 = 2 \times 10 - 8 = 12 (= y_C)$, comme on trouve bien y_C, on en déduit que C appartient à (AB).

Conclusion : les points A, B et C sont bien alignés.

Déterminer si deux droites sont parallèles ou sécantes ...

Pour déterminer si deux droites sont parallèles, il suffit de vérifier qu'elles ont la même pente. Si les droites sont données par deux équations cartésiennes *ax+by+c+0* et *a'x+b'y+c'=0* alors les deux droites sont parallèles si et seulement si *ab'-a'b=0*.

Rappel : dans le plan, si deux droites ne sont pas parallèles alors sont sécantes.

Exemple : Dans le repère (O ;I ;J), on a deux droites d'équations : 2x+y+5=0 et 6x-2y=15=0. Sont-elles sécantes ?

Pour savoir si ces deux droites sont sécantes, on calcule $ab' - a'b = 2 \times (-2) - 6 \times 1 = . -4 - 6 = -10 \neq 0$, le résultat est différent de 0, donc les deux droites sont sécantes.