



Géométrie dans l'espace

Fiche méthode 2 : les systèmes paramétriques de droites

L'espace est muni d'un repère.

Comment trouver la représentation paramétrique d'une droite ?



Pour trouver la représentation paramétrique d'une droite, il suffit de connaître un point et un vecteur directeur de la droite, puis de les remplacer dans la formule.

Exemple : Soient $A(2;-3;1)$ et $B(4;1;1)$, Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).

$B(4;1;1)$ est un point de (AB) et $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB) d'où $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$, avec $t \in \mathbb{R}$
est une représentation paramétrique de (AB).

Comment trouver un point et un vecteur à partir de la représentation paramétrique d'une droite ?



Pour trouver un point et un vecteur à partir de la représentation paramétrique d'une droite, il suffit de regarder dans la représentation paramétrique :

- les nombres seuls donnent les coordonnées d'un point
- et ceux en facteur du paramètre donnent les coordonnées d'un vecteur directeur.

Exemple : Voici une représentation paramétrique de la droite (d) : $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 \\ z = 3t \end{cases}$, avec $t \in \mathbb{R}$.

On peut aussi écrire : $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 + 0t \\ z = 0 + 3t \end{cases}$, avec $t \in \mathbb{R}$; et donc $A(4;1;0)$ est un point de (d) et $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ un vecteur directeur de (d).

Remarque : Tous les vecteurs directeurs de (d) sont colinéaires à \vec{u} .

Comment vérifier qu'un point appartient à une droite ?



Pour vérifier qu'un point appartient à une droite, il suffit de :

- remplacer x,y,z dans la représentation paramétrique de la droite par les coordonnées du point,
- puis résoudre les 3 équations d'inconnue le paramètre.
→ Si on trouve 3 fois la même valeur pour le paramètre alors le point appartient à la droite,
→ sinon il n'appartient pas.

Exemple : Soient $A(7;8;9)$ et la droite (d) : $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t \\ z = 3t \end{cases}$, avec $t \in \mathbb{R}$. A appartient-il à (d) ?

On remplace $A(7;8;9)$ dans la représentation paramétrique de (d) : $\begin{cases} 7 = 3 + 2t & \Rightarrow t = 2 \\ 8 = 5 + t & \Rightarrow t = 3 \\ 9 = 3t & \Rightarrow t = 3 \end{cases}$

Donc t prend 2 valeurs différentes, ce qui est impossible, donc $A \notin (d)$