Géométrie dans l'espace

Fiche méthode 2' : les systèmes paramétriques de plans

L'espace est muni d'un repère.

Comment trouver le réprésentation paramétrique d'un plan ?

Pour trouver la représentation paramétrique d'un plan, il suffit de connaitre un point et deux vecteurs directeurs non colinéaires du plan, puis de les remplacer dans la formule.

Exemple : Soient A(2;-3;1), B(4;1;1) et C(1;-2;2).Donner une représentation paramétrique du plan (ABC).

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}3\\-3\\1\end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires et sont des vecteurs directeurs de (ABC).

De plus A(2;-3;1) est un point de (ABC). Donc $\begin{cases} x = 2 + 2t + 3t' \\ y = -3 + 4t - 3t' \\ z = 1 + 1t' \end{cases}$, avec t et $t' \in \mathbb{R}$; est une représentation paramétrique de (ABC).

Comment vérifier qu'un point appartient à un plan ?

Pour vérifier qu'un point appartient à un plan, il suffit de :

- remplacer x,y,z dans la représentation paramétrique du plan par les coordonnées du point,
- puis résoudre le système de 3 équations à deux inconnues (les 2 paramètre).
  - → Pour cela on choisit 2 équations pour trouver les valeurs des 2 paramètres,
  - → puis on vérifie dans la troisième équation.
    - → Si la vérification est vraie alors le point appartient au plan,
    - → sinon il n'appartient pas.

Exemple : Soient A(7;8;9) et la droite (P) : $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t' \\ z = 3t - t' \end{cases}$, avec t et $t' \in \mathbb{R}$. A appartient-il à (P) ?

On remplace A(7;8;9) dans la réprésentationparamétrique de (P) : $\begin{cases} 7 = 3 + 2t & ❶ \\ 8 = 5 + t' & ❷ \\ 9 = 3t - t' & ❸ \end{cases}$

En prenant les lignes ❶ et ❷ : $\begin{cases} 7 = 3 + 2t \Rightarrow t = 2 \\ 8 = 5 + t' \ \Rightarrow t' = 3 \end{cases}$

On vérifie dans la ligne ❸ : $3 \times 2 - 3 = 3 \neq 9$. Donc $A \notin (P)$