Géométrie

Fiche méthode : résolution de systèmes

Résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues par substitution...

Pour résoudre un système linéaire par substitution, dans une des équations, on exprime une inconnue en fonction de l'autre, puis dans l'autre équation, on substitue cette inconnue par son expression en fonction de l'autre, et donc il n'y a plus qu'une seule inconnue que l'on trouve, et la remplaçant dans la première équation, on trouve la deuxième inconnue.

Exemple : Résoudre le système suivant : $\begin{cases} \mathbf{2x + y = 3} \\ \mathbf{3x - 4y = 1} \end{cases}$.

Dans la première équation, on exprime y en fonction de x : $\begin{cases} y = -2x + 3 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$.

Dans la deuxième équation, je remplace y par $-2x + 3$: $\begin{cases} y = -2x + 3 \\ 3x - 4(-2x + 3) = 1 \end{cases}$.

On remarque bien qu'il n'y a plus qu'une seule inconnue dans la deuxième équation : $3x - 4(-2x + 3) = 1$

$3x - 4(-2x + 3) = 1 \Leftrightarrow 3x + 8x - 12 = 1 \Leftrightarrow 11x = 13 \Leftrightarrow x = \frac{13}{11}$, on trouve la valeur de l'inconnue x.

Pour trouver y, on remplace x par $\frac{13}{11}$ dans la première équation : $\begin{cases} y = -2 \times \frac{13}{11} + 3 = \frac{-26}{11} + \frac{33}{11} = \frac{7}{11} \\ x = \frac{13}{11} \end{cases}$.

Conclusion : la solution du système est $\left(\frac{13}{11}; \frac{7}{11}\right)$.

Résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues par élimination...

Pour résoudre un système linéaire par élimination, on multiplie chaque équation par un facteur (de la même façon que réduire au même dénominateur pour additionner les fractions) afin d'avoir un nombre opposé de x (ou de y) dans chaque équation, Ensuite on les additionne terme à terme, pour supprimer les x et obtenir une équation du premier degré.

Exemple : Résoudre le système suivant : $\begin{cases} \mathbf{2x + y = 3} \\ \mathbf{3x - 4y = 1} \end{cases}$.

Pour avoir un nombre de x opposé, on multiplie la première par 3 et la deuxième par (-2) : $\begin{cases} 2x + \ \ y = 3 & (\times 3) \\ 3x - 4y = 1 & (\times(-2)) \end{cases}$

D'où : $\begin{cases} 2x + \ \ y = 3 & (\times 3) \\ 3x - 4y = 1 & (\times(-2)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3y = 9 \\ -6x + 8y = -2 \end{cases}$.

On additionne terme à terme : $\dfrac{+\begin{cases} 6x+3y=9 \\ -6x+8y=-2 \end{cases}}{11y=7}$

On obbient une équation du premier degré d'inconnue y : $11y = 7 \Leftrightarrow y = \frac{7}{11}$.

Pour trouver x, on remplace y par $\frac{7}{11}$ dans la première équation : $2x + \frac{7}{11} = 3 \Leftrightarrow 2x = 3 - \frac{7}{11} = \frac{33-7}{11} = \frac{26}{11} \Leftrightarrow x = \frac{26}{2\times 11} = \frac{13}{11}$

Conclusion : la solution du système est $\left(\frac{13}{11}; \frac{7}{11}\right)$.

Déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes...

Pour déterminer le point d'intersection de deux droites sécantes, on résout le système formé par les deux équations de droites.

Exemple : Donner le point d'intersection des droites d'équations cartésiennes : 2x+y-3=0 et 3x-4y-1=0.

Pour trouver le point d'intersection des 2 droites on résout :

$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ 3x - 4y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 4y = 1 \end{cases}$

(Voir précédemment pour la résolution)

On trace en bleu : $2x + y - 3 = 0$

On trace en rouge : $3x - 4y - 1 = 0$

On retrouve bien les coordonnées du point d'intersection $\left(\frac{13}{11}; \frac{7}{11}\right)$.