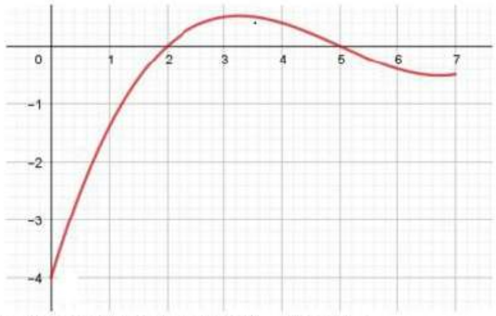
**EXERCICE 1 commun à tous les candidats (5 points)**

*Ceci est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations est exacte. Le candidat recopiera sur sa copie le numéro de la question et la réponse correspondante. Aucune justification n'est demandée.*

*Une réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte ni n'enlève aucun point.*

**1.** On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\mathrm{e}^{-2x}$. On note $f''$ la dérivée seconde de la fonction $f$.
Quel que soit le réel $x$, $f''(x)$ est égal à :
- **a.** $(1-2x)\mathrm{e}^{-2x}$
- **b.** $4(x-1)\mathrm{e}^{-2x}$
- **c.** $4\mathrm{e}^{-2x}$
- **d.** $(x+2)\mathrm{e}^{-2x}$

**3.** On donne ci-dessous la représentation graphique de $f'$ fonction dérivée d'une fonction $f$ définie sur $[0\,;7]$.




Le tableau de variation de $f$ sur l'intervalle $[0\,;7]$ est :

**a.**

| $x$ | 0 | | 3,25 | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | |

**b.**

| $x$ | 0 | | 2 | | 5 | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | |

**c.**

| $x$ | 0 | | 2 | | 5 | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

**d.**

| $x$ | 0 | | 2 | | 7 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | ↗ | | ↘ | |

**5.** On se donne une fonction $f$, supposée dérivable sur $\mathbb{R}$, et on note $f'$ sa fonction dérivée.

On donne ci-dessous le tableau de variation de $f$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-\infty$ |

D'après ce tableau de variation :
- **a.** $f'$ est positive sur $\mathbb{R}$
- **b.** $f'$ est positive sur $]-\infty\,;-1]$
- **c.** $f'$ est négative sur $\mathbb{R}$
- **d.** $f'$ est positive sur $[-1\,;+\infty[$

**EXERCICE B** - **Équations différentielles**

**Partie A :**

Soit $g$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 2\mathrm{e}^{\frac{-1}{3}x} + \frac{2}{3}x - 2$$

1. On admet que la fonction $g$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note $g'$ sa fonction dérivée. Montrer que, pour tout réel $x$ :
$$g'(x) = \frac{-2}{3}\mathrm{e}^{\frac{-1}{3}x} + \frac{2}{3}$$
2. En déduire le sens de variations de la fonction $g$ sur $\mathbb{R}$.
3. Déterminer le signe de $g(x)$, pour tout $x$ réel.

**Partie B :**

1. On considère l'équation différentielle
$$(\mathrm{E}): \quad 3y' + y = 0$$
Résoudre l'équation différentielle $(\mathrm{E})$.
2. Déterminer la solution particulière dont la courbe représentative, dans un repère du plan, passe par le point $M(0\,;2)$.
3. Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = 2\mathrm{e}^{-\frac{1}{3}x}$$
et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
   - **a.** Montrer que la tangente $(\Delta_0)$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point $M(0\,;2)$ admet une équation de la forme :
   $$y = -\frac{2}{3}x + 2$$
   - **b.** Étudier, sur $\mathbb{R}$, la position de cette courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la tangente $(\Delta_0)$.

**Partie C :**

1. Soit $A$ le point de la courbe $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $a$, $a$ réel quelconque.

   Montrer que la tangente $(\Delta_a)$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point $A$ coupe l'axe des abscisses en un point $P$ d'abscisse $a + 3$.
2. Expliquer la construction de la tangente $(\Delta_{-2})$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point $B$ d'abscisse $-2$.