

**EXERCICE 4 (7 points)****Thème : fonction exponentielle**

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse.

1. **Affirmation 1** : Pour tout réel  $x$  :  $1 - \frac{1 - e^x}{1 + e^x} = \frac{2}{1 + e^{-x}}$ .

2. On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ .

**Affirmation 2** : L'équation  $g(x) = \frac{1}{2}$  admet une unique solution dans  $\mathbf{R}$ .

3. On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(x) = x^2 e^{-x}$  et on note  $C$  sa courbe dans un repère orthonormé.

**Affirmation 3** : L'axe des abscisses est tangent à la courbe  $C$  en un seul point.

4. On considère la fonction  $h$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $h(x) = e^x(1 - x^2)$ .

**Affirmation 4** : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction  $h$  n'admet pas de point d'inflexion.

5. **Affirmation 5** :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{e^x + x} = 0$ .

6. **Affirmation 6** : Pour tout réel  $x$ ,  $1 + e^{2x} \geq 2e^x$ .