

Exercice 2 (7 points)**Thèmes : fonctions numériques et suites**

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.

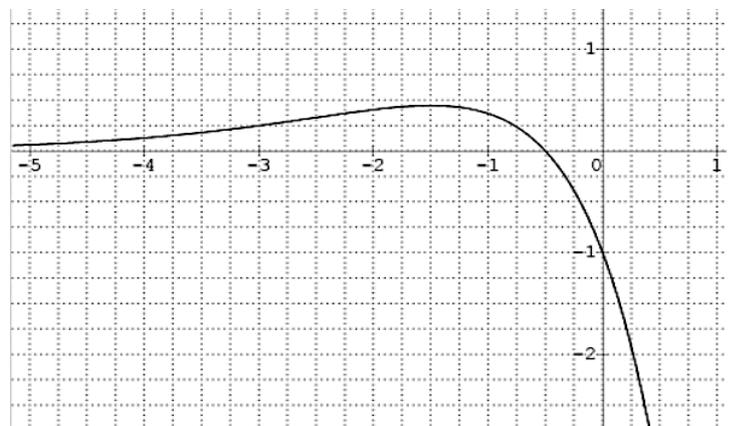
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Pour les questions 1 à 3 ci-dessous, on considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} .

La courbe de sa fonction dérivée f' est donnée ci-dessous.

On admet que f' admet un maximum en $-\frac{3}{2}$ et que sa courbe coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées $(-\frac{1}{2}; 0)$.

On rappelle que la courbe ci-dessous représente la fonction dérivée f' de f .

**Question 1 :**

- a. La fonction f admet un maximum en $-\frac{3}{2}$;
- b. La fonction f admet un maximum en $-\frac{1}{2}$;
- c. La fonction f admet un minimum en $-\frac{1}{2}$;
- d. Au point d'abscisse -1 , la courbe de la fonction f admet une tangente horizontale.

Question 2 :

- a. La fonction f est convexe sur $] -\infty; -\frac{3}{2} [$;
- b. La fonction f est convexe sur $] -\infty; -\frac{1}{2} [$;
- c. La courbe \mathcal{C}_f représentant la fonction f n'admet pas de point d'inflexion ;
- d. La fonction f est concave sur $] -\infty; -\frac{1}{2} [$.

Question 3 :

La dérivée seconde f'' de la fonction f vérifie :

- a. $f''(x) \geq 0$ pour $x \in]-\infty; \frac{-1}{2} [$;
- b. $f''(x) \geq 0$ pour $x \in [-2; -1]$;
- c. $f''(\frac{-3}{2}) = 0$;
- d. $f''(-3) = 0$.

Question 4 : On considère trois suites (u_n) , (v_n) et (w_n) .

On sait que, pour tout entier naturel n , on a : $u_n \leq v_n \leq w_n$ et de plus : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = 3$.

On peut alors affirmer que :

- a. La suite (v_n) converge ;
- b. Si la suite (u_n) est croissante alors la suite (v_n) est minorée par u_0 ;
- c. $1 \leq v_0 \leq 3$;
- d. La suite (v_n) diverge.

Exercice 4 (7 points)

Thèmes : fonctions numériques, fonction exponentielle

Partie A : études de deux fonctions

On considère les deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 0,06(-x^2 + 13,7x) \text{ et } g(x) = (-0,15x + 2,2)e^{0,2x} - 2,2.$$

On admet que les fonctions f et g sont dérivables et on note f' et g' leurs fonctions dérivées respectives.

1. On donne le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

- a. Justifier la limite de f en $+\infty$.
- b. Justifier les variations de la fonction f .
- c. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

x	0	6,85	$+\infty$
$f(x)$		$f(6,85)$	
	0		$-\infty$

- 2. a. Déterminer la limite de g en $+\infty$.
- b. Démontrer que, pour tout réel x appartenant à $[0 ; +\infty[$ on a : $g'(x) = (-0,03x + 0,29)e^{0,2x}$.
- c. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variations sur $[0 ; +\infty[$. Préciser une valeur approchée à 10^{-2} près du maximum de g .
- d. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution non nulle et déterminer, à 10^{-2} près, une valeur approchée de cette solution.

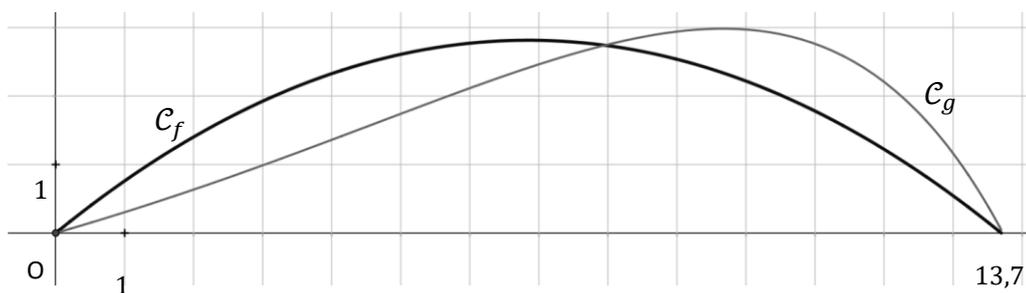
Partie B : trajectoires d'une balle de golf

Pour frapper la balle, un joueur de golf utilise un instrument appelé « club » de golf.

On souhaite exploiter les fonctions f et g étudiées en **Partie A** pour modéliser de deux façons différentes la trajectoire d'une balle de golf. On suppose que le terrain est parfaitement plat.

On admettra ici que 13,7 est la valeur qui annule la fonction f et une approximation de la valeur qui annule la fonction g .

On donne ci-dessous les représentations graphiques de f et g sur l'intervalle $[0; 13,7]$.

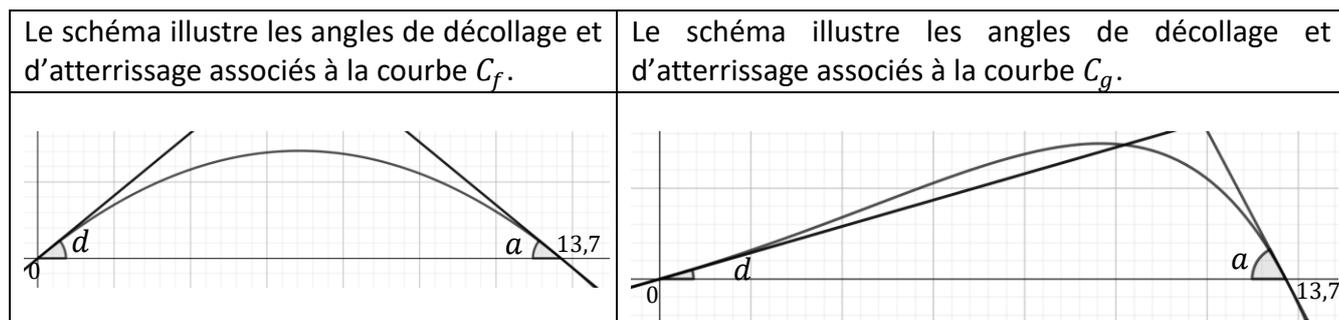


Pour x représentant la distance horizontale parcourue par la balle en dizaine de yards après la frappe, (avec $0 \leq x \leq 13,7$), $f(x)$ (ou $g(x)$ selon le modèle) représente la hauteur correspondante de la balle par rapport au sol, en dizaine de yards (1 yard correspond à environ 0,914 mètre).

On appelle « angle de décollage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe (C_f ou C_g selon le modèle) en son point d'abscisse 0. Une mesure de l'angle de décollage de la balle est un nombre réel d tel que $\tan(d)$ est égal au coefficient directeur de cette tangente.

De même, on appelle « angle d'atterrissage » de la balle, l'angle entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe (C_f ou C_g selon le modèle) en son point d'abscisse 13,7. Une mesure de l'angle d'atterrissage de la balle est un nombre réel a tel que $\tan(a)$ est égal à l'opposé du coefficient directeur de cette tangente.

Tous les angles sont mesurés en degré.



1. Première modélisation : on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $f(x)$ la hauteur correspondante de la balle.

Selon ce modèle :

- a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?
- b. Vérifier que $f'(0) = 0,822$.
- c. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondi au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).
- d. Quelle propriété graphique de la courbe C_f permet de justifier que les angles de décollage et d'atterrissage de la balle sont égaux ?

2. Seconde modélisation : on rappelle qu'ici, l'unité étant la dizaine de yards, x représente la distance horizontale parcourue par la balle après la frappe et $g(x)$ la hauteur correspondante de la balle.

Selon ce modèle :

- a. Quelle est la hauteur maximale, en yard, atteinte par la balle au cours de sa trajectoire ?

On précise que $g'(0) = 0,29$ et $g'(13,7) \approx -1,87$.

- b. Donner une mesure en degré de l'angle de décollage de la balle, arrondi au dixième. (On pourra éventuellement utiliser le tableau ci-dessous).
- c. Justifier que 62 est une valeur approchée, arrondi à l'unité près, d'une mesure en degré de l'angle d'atterrissage de la balle.

Tableau : extrait d'une feuille de calcul donnant une mesure en degré d'un angle quand on connaît sa tangente :

▲	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	$\tan(\theta)$	0,815	0,816	0,817	0,818	0,819	0,82	0,821	0,822	0,823	0,824	0,825	0,826
2	θ en degrés	39,18	39,21	39,25	39,28	39,32	39,35	39,39	39,42	39,45	39,49	39,52	39,56
3													
4	$\tan(\theta)$	0,285	0,286	0,287	0,288	0,289	0,29	0,291	0,292	0,293	0,294	0,295	0,296
5	θ en degrés	15,91	15,96	16,01	16,07	16,12	16,17	16,23	16,28	16,33	16,38	16,44	16,49

Partie C : interrogation des modèles

À partir d'un grand nombre d'observations des performances de joueurs professionnels, on a obtenu les résultats moyens suivants :

Angle de décollage en degré	Hauteur maximale en yard	Angle d'atterrissage en degré	Distance horizontale en yard au point de chute
24	32	52	137

Quel modèle, parmi les deux étudiés précédemment, semble le plus adapté pour décrire la frappe de la balle par un joueur professionnel ? La réponse sera justifiée.