

**EXERCICE 2****7 points****Principaux domaines abordés :** fonctions, fonction logarithme.Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = x \ln(x) - x - 2.$$

On admet que la fonction  $f$  est deux fois dérivable sur  $]0; +\infty[$ .On note  $f'$  sa dérivée,  $f''$  sa dérivée seconde et  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère.

1.
  - a. Démontrer que, pour tout  $x$  appartenant à  $]0; +\infty[$ , on a  $f'(x) = \ln(x)$ .
  - b. Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $x=e$ .
  - c. Justifier que la fonction  $f$  est convexe sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
  - d. En déduire la position relative de la courbe  $\mathcal{C}_f$  et de la tangente  $T$ .
2.
  - a. Calculer la limite de la fonction  $f$  en 0.
  - b. Démontrer que la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$  est égale à  $+\infty$ .
3. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
4.
  - a. Démontrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution dans l'intervalle  $]0; +\infty[$ . On note  $\alpha$  cette solution.
  - b. Justifier que le réel  $\alpha$  appartient à l'intervalle  $]4,3; 4,4[$ .
  - c. En déduire le signe de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
5. On considère la fonction seuil suivante écrite dans le langage Python :  
On rappelle que la fonction `log` du module `math` (que l'on suppose importé) désigne la fonction logarithme népérien  $\ln$ .

```
def seuil(pas) :
    x=4.3
    while x*log (x) - x - 2 < 0:
        x=x+pas
    return x
```

Quelle est la valeur renvoyée à l'appel de la fonction `seuil(0.01)` ?

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**EXERCICE 4****7 points****Principaux domaines abordés :** suites, fonctions, primitives*Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.**Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.**Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.**Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*

6. On considère la fonction
- $g$
- définie sur l'intervalle
- $]0; +\infty[$
- par :

$$g(x) = \frac{e^x}{x}.$$

On note  $\mathcal{C}_g$  la courbe représentative de la fonction  $g$  dans un repère orthogonal.La courbe  $\mathcal{C}_g$  admet :

- a. une asymptote verticale et une asymptote horizontale.
  - b. une asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.
  - c. aucune asymptote verticale et une asymptote horizontale.
  - d. aucune asymptote verticale et aucune asymptote horizontale.
7. Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = xe^{x^2+1}.$$

Soit  $F$  une primitive sur  $\mathbb{R}$  de la fonction  $f$ . Pour tout réel  $x$ , on a :

- a.  $F(x) = \frac{1}{2}x^2e^{x^2+1}$
- b.  $F(x) = (1+2x^2)e^{x^2+1}$
- c.  $F(x) = e^{x^2+1}$
- d.  $F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2+1}$