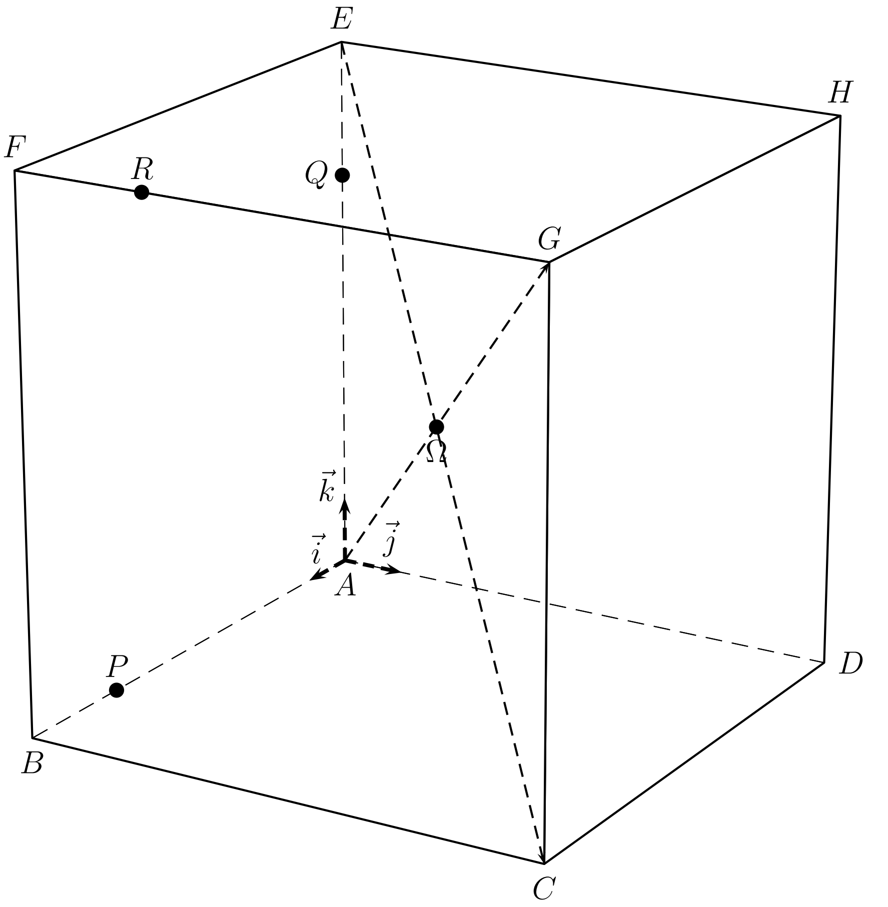
EXERCICE 2 commun à tous les candidats (5 points)

On considère un cube $ABCDEFGH$ d'arête 8 cm et de centre Ω.

Les points P, Q et R sont définis par $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{FR} = \frac{1}{4}\overrightarrow{FG}$.

On se place dans le repère orthonormé $(A, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec $\overrightarrow{i} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{j} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{k} = \frac{1}{8}\overrightarrow{AE}$.



Partie I

1. Dans ce repère, on admet que les coordonnées du point R sont $(8; 2; 8)$.
   Donner les coordonnées des points P et Q.
2. Montrer que le vecteur $\vec{n}\,(1; -5; 1)$ est un vecteur normal au plan (PQR).
3. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (PQR) est $x - 5y + z - 6 = 0$.

Partie II

On note L le projeté orthogonal du point Ω sur le plan (PQR).

1. Justifier que les coordonnées du point Ω sont $(4; 4; 4)$.
2. Donner une représentation paramétrique de la droite d perpendiculaire au plan (PQR) et passant par Ω.
3. Montrer que les coordonnées du point L sont $\left(\dfrac{14}{3}; \dfrac{2}{3}; \dfrac{14}{3}\right)$.
4. Calculer la distance du point Ω au plan (PQR).