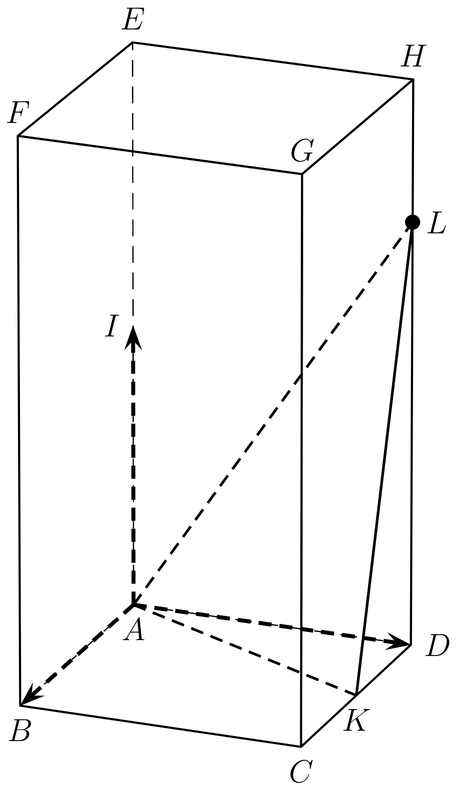
EXERCICE 2 commun à tous les candidats (5 points)

On considère un pavé droit $ABCDEFGH$ tel que $AB = AD = 1$ et $AE = 2$, représenté ci-dessous.
Le point I est le milieu du segment $[AE]$. Le point K est le milieu du segment $[DC]$. Le point L est défini par : $\overrightarrow{DL} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AI}$. N est le projeté orthogonal du point D sur le plan (AKL).



On se place dans le repère orthonormé $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AI}\right)$.

On admet que le point L a pour coordonnées $\left(0;1;\dfrac{3}{2}\right)$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AK}$ et $\overrightarrow{AL}$.
2. (a) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{n}$ de coordonnées $(6;-3;2)$ est un vecteur normal au plan (AKL).
   (b) En déduire une équation cartésienne du plan (AKL).
   (c) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite Δ passant par D et perpendiculaire au plan (AKL).
   (d) En déduire que le point N de coordonnées $\left(\dfrac{18}{49};\dfrac{40}{49};\dfrac{6}{49}\right)$ est le projeté orthogonal du point D sur le plan (AKL).

On rappelle que le volume $\mathcal{V}$ d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \text{(aire de la base)} \times \text{hauteur}$$

3. (a) Calculer le volume du tétraèdre $ADKL$ en utilisant le triangle ADK comme base.
   (b) Calculer la distance du point D au plan (AKL).
   (c) Déduire des questions précédentes l'aire du triangle AKL.