

EXERCICE 4 (7 points)**Thèmes : géométrie dans le plan et dans l'espace**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé où l'on considère :

- les points $A(2 ; -1 ; 0)$, $B(1 ; 0 ; -3)$, $C(6 ; 6 ; 1)$ et $E(1 ; 2 ; 4)$;
- le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne : $2x - y - z + 4 = 0$.

1.

- a. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
- b. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ puis les longueurs BA et BC.
- c. En déduire la mesure en degrés de l'angle \widehat{ABC} , arrondie au degré.

2.

- a. Démontrer que le plan \mathcal{P} est parallèle au plan (ABC).
- b. En déduire une équation cartésienne du plan (ABC).
- c. Déterminer une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D} orthogonale au plan (ABC) et passant par le point E.
- d. Démontrer que le projeté orthogonal H du point E sur le plan (ABC) a pour coordonnées $\left(4 ; \frac{1}{2} ; \frac{5}{2}\right)$.

- 3.** On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$ où \mathcal{B} désigne l'aire d'une base et h la hauteur de la pyramide associée à cette base.
Calculer l'aire du triangle ABC puis démontrer que le volume de la pyramide ABCE est égal à 16,5 unités de volume.