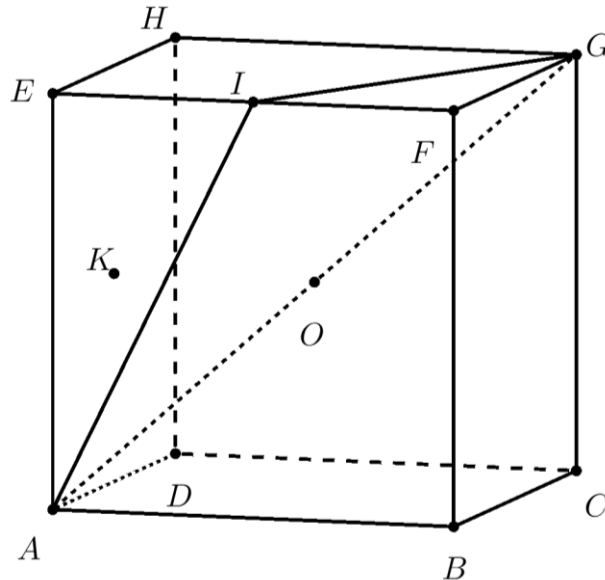


**EXERCICE 4 (7 points)****Thème : géométrie dans le plan et dans l'espace**

On considère le cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1.

L'espace est muni du repère orthonormé  $(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$ . Le point I est le milieu du segment [EF], K le centre du carré ADHE et O le milieu du segment [AG].



Le but de l'exercice est de calculer de deux manières différentes, la distance du point B au plan (AIG).

**Partie 1. Première méthode**

1. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, et G.

On admet que les points I et K ont pour coordonnées  $I\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$  et  $K\left(0; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

2. Démontrer que la droite (BK) est orthogonale au plan (AIG).
3. Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (AIG) est :  $2x - y - z = 0$ .
4. Donner une représentation paramétrique de la droite (BK).
5. En déduire que le projeté orthogonal L du point B sur le plan (AIG) a pour coordonnées  $L\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$ .
6. Déterminer la distance du point B au plan (AIG).

## Partie 2. Deuxième méthode

On rappelle que le volume  $V$  d'une pyramide est donné par la formule  $V = \frac{1}{3} \times b \times h$ , où  $b$  est l'aire d'une base et  $h$  la hauteur associée à cette base.

1.

a. Justifier que dans le tétraèdre ABIG,  $[GF]$  est la hauteur relative à la base AIB.

b. En déduire le volume du tétraèdre ABIG.

2. On admet que  $AI = IG = \frac{\sqrt{5}}{2}$  et que  $AG = \sqrt{3}$ .

Démontrer que l'aire du triangle isocèle AIG est égale à  $\frac{\sqrt{6}}{4}$  unité d'aire.

3. En déduire la distance du point B au plan (AIG).