

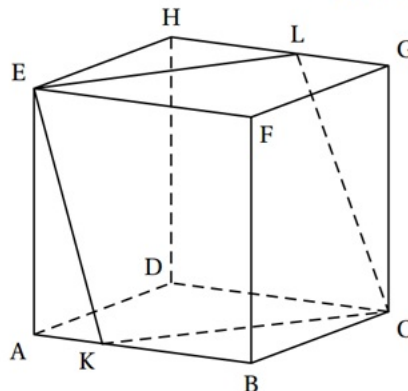
Exercice 4

5 points

On considère un cube $ABCDEFGH$ et l'espace est rapporté au repère orthonormal $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Pour tout réel m appartenant à l'intervalle $[0; 1]$, on considère les points K et L de coordonnées :

$$K(m; 0; 0) \quad \text{et} \quad L(1-m; 1; 1).$$



1. Donner les coordonnées des points E et C dans ce repère.
2. Dans cette question, $m = 0$. Ainsi, le point $L(1; 1; 1)$ est confondu avec le point G, le point $K(0; 0; 0)$ est confondu avec le point A et le plan (LEK) est donc le plan (GEA) .

a. Justifier que le vecteur $\overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ est normal au plan (GEA) .

b. Déterminer une équation cartésienne du plan (GEA) .

On s'intéresse désormais à la nature de $CKEL$ en fonction du paramètre m .

3. Dans cette question, m est un réel quelconque de l'intervalle $[0; 1]$.
 - a. Démontrer que $CKEL$ est un parallélogramme.
 - b. Justifier que $\overrightarrow{KC} \cdot \overrightarrow{KE} = m(m-1)$.
 - c. Démontrer que $CKEL$ est un rectangle si, et seulement si, $m = 0$ ou $m = 1$.
4. Dans cette question, $m = \frac{1}{2}$. Ainsi, L a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$ et K a pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.
 - a. Démontrer que le parallélogramme $CKEL$ est alors un losange.
 - b. À l'aide de la question 3. b., déterminer une valeur approchée au degré près de la mesure de l'angle \widehat{CKE} .