

**Exercice 4****5 points**

Une commune décide de remplacer le traditionnel feu d'artifice du 14 juillet par un spectacle de drones lumineux.

Pour le pilotage des drones, l'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  dont l'unité est la centaine de mètres.

La position de chaque drone est modélisée par un point et chaque drone est envoyé d'un point de départ D de coordonnées (2 ; 5 ; 1).

On souhaite former avec des drones des figures en les positionnant dans un même plan  $\mathcal{P}$ .

Trois drones sont positionnés aux points A(-1 ; -1 ; 17), B(4 ; -2 ; 4) et C(1 ; -3 ; 7).

1. Justifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Dans la suite, on note  $\mathcal{P}$  le plan (ABC) et on considère le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

2.
  - a. Justifier que  $\vec{n}$  est normal au plan (ABC).
  - b. Démontrer qu'une équation cartésienne du plan  $\mathcal{P}$  est  $2x - 3y + z - 18 = 0$ .
3. Le pilote des drones décide d'envoyer un quatrième drone en prenant comme trajectoire la droite  $d$  dont une représentation paramétrique est donnée par

$$d : \begin{cases} x &= 3t + 2 \\ y &= t + 5 \\ z &= 4t + 1 \end{cases}, \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

- a. Déterminer un vecteur directeur de la droite  $d$ .
  - b. Afin que ce nouveau drone soit également placé dans le plan  $\mathcal{P}$ , déterminer par le calcul les coordonnées du point E, intersection de la droite  $d$  avec le plan  $\mathcal{P}$ .
4. Le pilote des drones décide d'envoyer un cinquième drone le long de la droite  $\Delta$  qui passe par le point D et qui est perpendiculaire au plan  $\mathcal{P}$ . Ce cinquième drone est placé lui aussi dans le plan  $\mathcal{P}$ , soit à l'intersection entre la droite  $\Delta$  et le plan  $\mathcal{P}$ . On admet que le point F(6 ; -1 ; 3) correspond à cet emplacement.  
Démontrer que la distance entre le point de départ D et le plan  $\mathcal{P}$  vaut  $2\sqrt{14}$  centaines de mètres.
5. L'organisatrice du spectacle demande au pilote d'envoyer un nouveau drone dans le plan (peu importe sa position dans le plan), toujours à partir du point D.  
Sachant qu'il reste 40 secondes avant le début du spectacle et que le drone vole en trajectoire rectiligne à  $18,6 \text{ m.s}^{-1}$ , le nouveau drone peut-il arriver à temps?