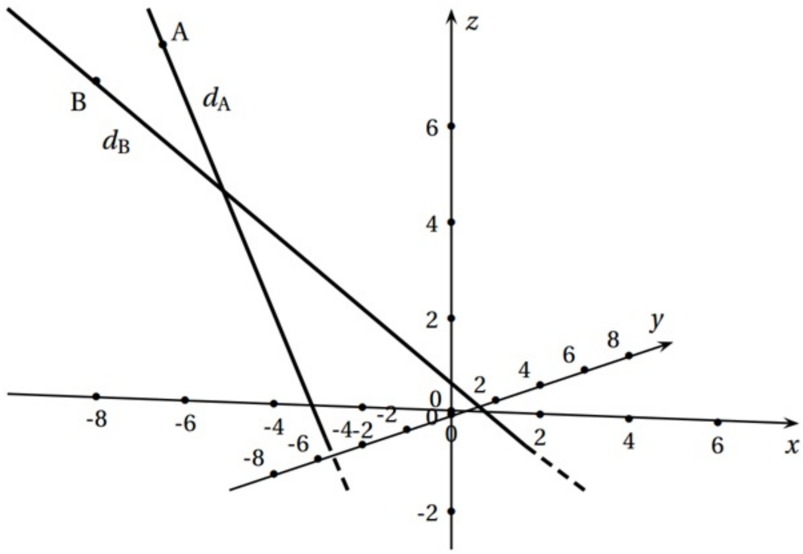
Exercice 2 **5 points**

Deux avions sont en approche d'un aéroport.

On munit l'espace d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$ dont l'origine O est le pied de la tour de contrôle, et le sol est le plan P_0 d'équation $z = 0$.

L'unité des axes correspond à 1 km.

On modélise les avions par des points.



L'avion Alpha transmet à la tour sa position en A$(-7\,;\,1\,;\,7)$ et sa trajectoire est dirigée par le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-1\\-3\end{pmatrix}$.

L'avion Bêta transmet une trajectoire définie par la droite d_B passant par le point B dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x &=& -11+5t \\ y &=& -5+\ \ t \\ z &=& 11-4t \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ décrit } \mathbb{R}$$

1. S'il ne dévie pas de sa trajectoire, déterminer les coordonnées du point S en lequel l'avion Bêta touchera le sol.
2. a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d_A caractérisant la trajectoire de l'avion Alpha.
   b. Les deux avions peuvent-ils entrer en collision ?
3. a. Démontrer que l'avion Alpha passe par la position E$(-3\,;\,-1\,;\,1)$.
   b. Justifier qu'une équation cartésienne du plan P_E passant par E et perpendiculaire à la droite d_A est :

   $$2x - y - 3z + 8 = 0.$$

   c. Vérifier que le point F$(-1\,;\,-3\,;\,3)$ est le point d'intersection du plan P_E et de la droite d_B.
   d. Calculer la valeur exacte de la distance EF, puis vérifier que cela correspond à une distance de 3 464 m, à 1 m près.
4. La réglementation aérienne stipule que deux avions en approche doivent être à tout instant à au moins 3 milles nautiques l'un de l'autre (1 mille nautique vaut 1 852 m).

   Si les avions Alpha et Bêta sont respectivement en E et F au même instant, leur distance de sécurité est-elle respectée ?