

Les parties A et B peuvent être traitées indépendamment

### Partie A

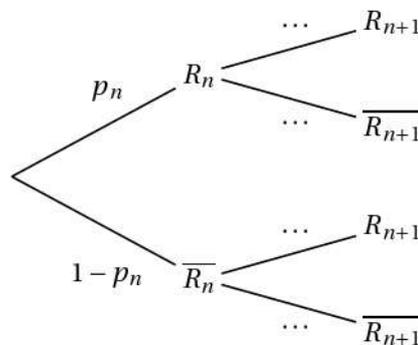
Chaque jour, un athlète doit sauter une haie en fin d'entraînement. Son entraîneur estime, au vu de la saison précédente que

- si l'athlète franchit la haie un jour, alors il la franchira dans 90% des cas le jour suivant ;
- si l'athlète ne franchit pas la haie un jour, alors dans 70% des cas il ne la franchira pas non plus le lendemain.

On note pour tout entier naturel  $n$  :

- $R_n$  l'évènement : « L'athlète réussit à franchir la haie lors de la  $n$ -ième séance »,
- $p_n$  la probabilité de l'évènement  $R_n$ . On considère que  $p_0 = 0,6$ .

1. Soit  $n$  un entier naturel, recopier l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Justifier en vous aidant de l'arbre que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :

$$p_{n+1} = 0,6p_n + 0,3.$$

3. On considère la suite  $(u_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_n = p_n - 0,75$ .

- Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- Démontrer que, pour tout entier  $n$  naturel  $n$  :

$$p_n = 0,75 - 0,15 \times 0,6^n.$$

- En déduire que la suite  $(p_n)$  est convergente et déterminer sa limite  $\ell$ .
- Interpréter la valeur de  $\ell$  dans le cadre de l'exercice.

### Partie B

Après de nombreuses séances d'entraînement, l'entraîneur estime maintenant que l'athlète franchit chaque haie avec une probabilité de 0,75 et ce indépendamment d'avoir franchi ou non les haies précédentes.

On note  $X$  la variable aléatoire qui donne le nombre de haies franchies par l'athlète à l'issue d'un 400 mètres haies qui comporte 10 haies,

- Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par  $X$ .
- Déterminer, à  $10^{-3}$  près, la probabilité que l'athlète franchisse les 10 haies.
- Calculer  $p(X \geq 9)$ , à  $10^{-3}$  près,