

## Exercice 2

6 points

On dispose de deux urnes opaques  $U_1$  et  $U_2$ .

L'urne  $U_1$  contient 4 boules noires et 6 boules blanches.

L'urne  $U_2$  contient 1 boule noire et 3 boules blanches.

On considère l'expérience aléatoire suivante :

On pioche au hasard une boule dans  $U_1$  que l'on place dans  $U_2$ , puis on pioche au hasard une boule dans  $U_2$ .

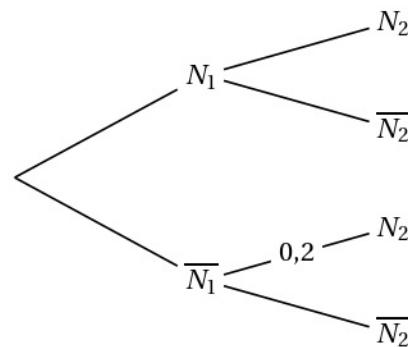
On note :

- $N_1$  l'évènement « Piocher une boule noire dans l'urne  $U_1$  ».
- $N_2$  l'évènement « Piocher une boule noire dans l'urne  $U_2$  ».

Pour tout évènement  $A$ , on note  $\bar{A}$  son évènement contraire.

### PARTIE A

1. On considère l'arbre de probabilités ci-contre.
  - a. Justifier que la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne  $U_2$  sachant qu'on a pioché une boule blanche dans l'urne  $U_1$  est 0,2.
  - b. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre, en faisant apparaître sur chaque branche les probabilités des évènements concernés, sous forme décimale.
2. Calculer la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne  $U_1$  et une boule noire dans l'urne  $U_2$ .
3. Justifier que la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne  $U_2$  est égale à 0,28.
4. On a pioché une boule noire dans l'urne  $U_2$   
Calculer la probabilité d'avoir pioché une boule blanche dans l'urne  $U_1$ . On donnera le résultat sous forme décimale arrondie à  $10^{-2}$ .



### PARTIE B

$n$  désigne un entier naturel non nul.

L'expérience aléatoire précédente est répétée  $n$  fois de façon identique et indépendante, c'est-à-dire que les urnes  $U_1$  et  $U_2$  sont remises dans leur configuration initiale, avec respectivement 4 boules noires et 6 boules blanches dans l'urne  $U_1$  et 1 boule noire et 3 boules blanches dans l'urne  $U_2$ , entre chaque expérience.

On note  $X$  la variable aléatoire qui compte le nombre de fois où on pioche une boule noire dans l'urne  $U_2$ .

On rappelle que la probabilité de piocher une boule noire dans l'urne  $U_2$  est égale à 0,28 et celle de piocher une boule blanche dans l'urne  $U_2$  est égale à 0,72.

1. Déterminer la loi de probabilité suivie par  $X$ . Justifier votre réponse.
2. Déterminer par le calcul le plus petit entier naturel  $n$  tel que :

$$1 - 0,72^n \geqslant 0,9.$$

3. Interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'expérience.

### PARTIE C

Dans cette partie les urnes  $U_1$  et  $U_2$  sont remises dans leur configuration initiale, avec respectivement 4 boules noires et 6 boules blanches dans l'urne  $U_1$  et 1 boule noire et 3 boules blanches dans l'urne  $U_2$ .

On considère la nouvelle expérience aléatoire suivante :

On pioche simultanément deux boules dans l'urne  $U_1$  que l'on place dans l'urne  $U_2$ , puis on pioche au hasard une boule dans l'urne  $U_2$ .

1. Combien y a-t-il de tirages possibles de deux boules simultanément dans l'urne  $U_1$  ?
2. Combien y a-t-il de tirages possibles de deux boules simultanément dans l'urne  $U_1$  contenant exactement une boule blanche et une boule noire ?
3. La probabilité de piocher une boule noire dans l'urne  $U_2$  avec cette nouvelle expérience est-elle supérieure à la probabilité de tirer une boule noire dans l'urne  $U_2$  avec l'expérience de la partie A ? Justifier votre réponse.

*On pourra s'aider d'un arbre pondéré modélisant cette expérience.*