EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, les réponses seront arrondies à 10^{-4} près.

Durant la saison hivernale, la circulation d'un virus a entraîné la contamination de 2 % de la population d'un pays. Dans ce pays, 90 % de la population a été vaccinée contre ce virus.
On constate que 62 % des personnes contaminées avaient été vaccinées.

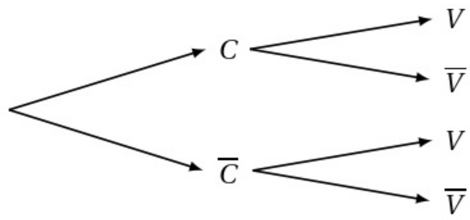
On interroge au hasard une personne, et on note les évènements suivants :

C : « la personne a été contaminée »

V : « la personne a été vaccinée ».

Les évènements contraires des évènements C et V sont notés respectivement $\overline{C}$ et $\overline{V}$.

1. À partir de l'énoncé, donner, sans calcul, les probabilités $P(C)$, $P(V)$ et la probabilité conditionnelle $P_C(V)$.
2. **a.** Calculer $P(C \cap V)$.
   b. En déduire $P\left(\overline{C} \cap V\right)$.
3. Recopier l'arbre des probabilités ci-dessous et le compléter.



4. Calculer $P_V(C)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant votre réponse.
   a. « Parmi les personnes non contaminées, il y a dix fois plus de personnes vaccinées que de personnes non vaccinées. »
   b. « Plus de 98 % de la population vaccinée n'a pas été contaminée. »
6. On s'intéresse à un échantillon de 20 personnes choisies au hasard dans la population.
   La population du pays est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce choix à des tirages successifs avec remise.
   On note X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de personnes contaminées.
   On rappelle que, pour une personne choisie au hasard, la probabilité d'être contaminée est $p = 0{,}02$.
   a. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Justifier et donner ses paramètres.
   b. Calculer, en rappelant la formule, la probabilité que 4 personnes exactement soient contaminées dans ce groupe de 20 personnes.