

**EXERCICE 3****4 points**

*Marie Skłodowska-Curie (1867 – 1934) est une physicienne (mais aussi chimiste et mathématicienne), polonaise naturalisée française.*

*Deux Prix Nobel lui ont été décernés : un en Physique (partagé avec son mari et Henri Becquerel) en 1903 et un en Chimie en 1911 pour la découverte de deux nouveaux éléments, le polonium (nom donné en hommage à ses origines) et le radium.*

On décide d'étudier le rayonnement radioactif du polonium lors de la désintégration des noyaux atomiques au cours du temps.

Au début de l'expérience, on dispose d'un morceau de 2 g de polonium.

On sait que 1 g de polonium contient  $3 \times 10^{21}$  noyaux atomiques.

On admet que, au bout de 24 heures, 0,5% des noyaux se sont désintégrés et que, pour compenser cette disparition, on ajoute alors 0,005 g de polonium.

On modélise la situation à l'aide d'une suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  ; on note  $v_0$  le nombre de noyaux contenus dans le polonium au début de l'expérience.

Pour  $n \geq 1$ ,  $v_n$  désigne le nombre de noyaux contenus dans le polonium au bout de  $n$  jours écoulés.

1. a. Vérifier que  $v_0 = 6 \times 10^{21}$ .

- b. Expliquer que, pour tout nombre entier naturel  $n$ , on a

$$v_{n+1} = 0,995 v_n + 1,5 \times 10^{19}.$$

2. a. Démontrer, par récurrence sur  $n$ , que  $0 \leq v_{n+1} \leq v_n$ .

- b. En déduire que la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est convergente.

3. On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par :

$$u_n = v_n - 3 \times 10^{21}.$$

- a. Montrer que la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est géométrique de raison 0,995.

- b. En déduire que, pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n = 3 \times 10^{21} (0,995^n + 1)$ .

- c. En déduire la limite de la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Déterminer, par le calcul, au bout de combien de jours le nombre de noyaux de polonium sera inférieur à  $4,5 \times 10^{21}$ . Justifier la réponse.

5. On souhaite disposer de la liste des termes de la suite  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ .

Pour cela, on utilise une fonction appelée noyaux programmée en langage Python et retranscrite partiellement ci-après.

```
1 def noyaux (n) :
2     V=6*10**21
3     L=[V]
4     for k in range (n) :
5         V= ...
6         L.append(V)
7     return L
```

- a. À la lecture des questions précédentes, proposer deux solutions différentes pour compléter la ligne 5 de la fonction noyaux afin qu'elle réponde au problème.
- b. Pour quelle valeur de l'entier  $n$  la commande noyaux(n) renverra-t-elle les relevés quotidiens du nombre de noyaux contenus dans l'échantillon de polonium pendant 52 semaines d'étude ?