**EXERCICE 2** **5 points**

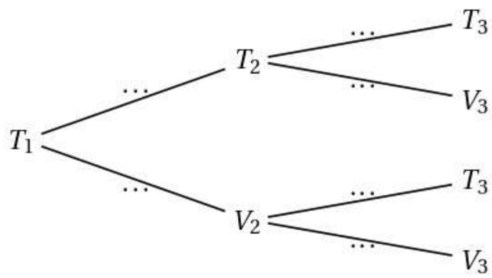
Dans un souci de préservation de l'environnement, Monsieur Durand décide de se rendre chaque matin au travail en utilisant son vélo ou les transports en commun.
S'il choisit de prendre les transports en commun un matin, il reprend les transports en commun le lendemain avec une probabilité égale à 0,8.
S'il utilise son vélo un matin, il reprend son vélo le lendemain avec une probabilité égale à 0,4.

Pour tout entier naturel $n$ non nul, on note :

- $T_n$ l'évènement « Monsieur Durand utilise les transports en commun le $n$-ième jour »
- $V_n$ l'évènement « Monsieur Durand utilise son vélo le $n$-ième jour »
- On note $p_n$ la probabilité de l'évènement $T_n$,

Le premier matin, il décide d'utiliser les transports en commun. Ainsi, la probabilité de l'évènement $T_1$ est $p_1 = 1$.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les 2e et 3e jours,

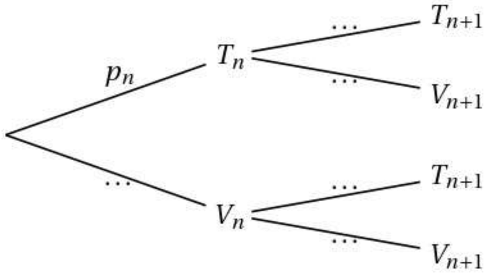



2. Calculer $p_3$

3. Le 3e jour, M. Durand utilise son vélo.

   Calculer la probabilité qu'il ait pris les transports en commun la veille.

4. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous représentant la situation pour les $n$-ième et $(n+1)$-ième jours.




5. Montrer que, pour tout entier naturel $n$ non nul, $p_{n+1} = 0,2p_n + 0,6$.

6. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n$ non nul, on a

$$p_n = 0,75 + 0,25 \times 0,2^{n-1}.$$

7. Déterminer la limite de la suite $(p_n)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

**EXERCICE 3**

*Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.*
*Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte.*
*Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.*
*Aucune justification n'est demandée.*
*Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.*
*Les cinq questions sont indépendantes.*

Dans tout l'exercice, $\mathbb{R}$ désigne l'ensemble des nombres réels.

4. Une suite $(u_n)$ est minorée par 3 et converge vers un réel $\ell$.

   On peut affirmer que :

   **a.** $\ell = 3$

   **b.** $\ell \geqslant 3$

   **c.** La suite $(u_n)$ est décroissante.

   **d.** La suite $(u_n)$ est constante à partir d'un certain rang.

5. La suite $(w_n)$ est définie par $w_1 = 2$ et pour tout entier naturel $n$ strictement positif, $w_{n+1} = \dfrac{1}{n} w_n$.

   **a.** La suite $(w_n)$ est géométrique

   **b.** La suite $(w_n)$ n'admet pas de limite

   **c.** $w_5 = \dfrac{1}{15}$

   **d.** La suite $(w_n)$ converge vers 0.