Exercice 1 QCM — 5 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

Question 5 :

On pose $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{100}$.
Parmi les scripts Python ci-dessous, celui qui permet de calculer la somme S est :

a.
```
def somme_a() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S=1/(k+1)
    return S
```

b.
```
def somme_b() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```

c.
```
def somme_c() :
    k = 0
    while S < 100 :
        S = S+1/(k+1)
    return S
```

d.
```
def somme_d() :
    k = 0
    while k < 100 :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```

Exercice 2 — 6 points

On considère la fonction f définie sur $]-1,5\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \ln(2x+3) - 1.$$

Le but de cet exercice est d'étudier la convergence de la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout entier naturel } n.$$

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur $]-1,5\ ;\ +\infty[$ par $g(x) = f(x) - x$.

1. Déterminer la limite de la fonction g en $-1,5$.
   On admet que la limite de la fonction g en $+\infty$ est $-\infty$.
2. Étudier les variations de la fonction g sur $]-1,5\ ;\ +\infty[$.
3. **a.** Démontrer que, dans l'intervalle $]-0,5\ ;\ +\infty[$, l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α.
   b. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

Partie B : Étude de la suite (u_n)

On admet que la fonction f est strictement croissante sur $]-1,5\ ;\ +\infty[$.

1. Soit x un nombre réel. Montrer que si $x \in [-1\ ;\ \alpha]$ alors $f(x) \in [-1\ ;\ \alpha]$.
2. **a.** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n :
   $$-1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant \alpha.$$
   b. En déduire que la suite (u_n) converge.