EXERCICE 3 **5 points**

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 3$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{2}n + 1.$$

Partie A

Cette partie est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une absence de réponse, ou une réponse multiple, ne rapporte ni n'enlève de point.

1. La valeur de u_2 est égale à :

a. $\dfrac{11}{4}$ **b.** $\dfrac{13}{2}$

c. 3,5 **b.** 2,7

2. La suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - n$ est :

a. arithmétique de raison $\dfrac{1}{2}$ **b.** géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$

c. constante. **d.** ni arithmétique, ni géométrique.

3. On considère la fonction ci-dessous, écrite de manière incomplète en langage Python.

n désigne un entier naturel non nul.
On rappelle qu'en langage Python « i in range (n) » signifie que i varie de 0 à $n - 1$.

```
1  def terme (n)
2      U=3
3      for i in range(n) :
4  ......................
5      return U
```

Pour que terme (n) renvoie la valeur de u_n, on peut compléter la ligne 4 par :

a. U = U/2 + (i+1)/2+1 **b.** U = U/2 + n/2 + 1

c. U = U/2 + (i−1)/2+1 **d.** U = U/2 + i/2 + 1

Partie B

1. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n :

$$n \leqslant u_n \leqslant n + 3.$$

2. En déduire la limite de la suite (u_n).

3. Déterminer la limite de la suite $\left(\dfrac{u_n}{n}\right)$.