

Exercice 3

4 points

Répondre par VRAI ou FAUX à chacune des affirmations suivantes et justifier votre réponse.

Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte dans la notation.

Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes.

- On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel non nul n par

$$u_n = \frac{25 + (-1)^n}{n}.$$

Affirmation 1 : La suite (u_n) est divergente.

- On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} w_0 &= 1 \\ w_{n+1} &= \frac{w_n}{1+w_n} \end{cases}$

On admet que pour tout entier naturel n , $w_n > 0$.

On considère la suite (t_n) définie pour tout entier naturel n par $t_n = \frac{k}{w_n}$ où k est un nombre réel strictement positif.

Affirmation 2 : La suite (t_n) est une suite arithmétique strictement croissante.

- On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $\begin{cases} v_0 &= 1 \\ v_{n+1} &= \ln(1 + v_n) \end{cases}$

On admet que pour tout entier naturel n , $v_n > 0$.

Affirmation 3 : La suite (v_n) est décroissante.

- On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \int_1^e [\ln(x)]^n dx$.

Affirmation 4 : Pour tout entier naturel n , $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$.