

**∽ Baccalauréat Centres étrangers 13 juin 2025 ∽**

**Sujet 2**

**ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

**Exercice 1**

**6 points**

On se propose de comparer l'évolution d'une population animale dans deux milieux distincts A et B.

Au 1<sup>er</sup> janvier 2025, on introduit 6 000 individus dans chacun des milieux A et B.

**Partie A**

Dans cette partie, on étudie l'évolution de la population dans le milieu A.

On suppose que dans ce milieu, l'évolution de la population est modélisée par une suite géométrique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 6$  et de raison 0,93.

Pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n$  représente la population au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2025 +  $n$ , exprimée en millier d'individus.

1. Donner, selon ce modèle, la population au 1<sup>er</sup> janvier 2026.
2. Pour tout entier naturel  $n$ , exprimer  $u_n$  en fonction de  $n$ .
3. Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$ .

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Partie B**

Dans cette partie, on étudie l'évolution de la population dans le milieu B.

On suppose que dans ce milieu, l'évolution de la population est modélisée par la suite  $(v_n)$  définie par

$$v_0 = 6 \text{ et pour tout entier naturel } n, v_{n+1} = -0,05v_n^2 + 1,1v_n.$$

Pour tout entier naturel  $n$ ,  $v_n$  représente la population au 1<sup>er</sup> janvier de l'année 2025 +  $n$ , exprimée en millier d'individus.

1. Donner, selon ce modèle, la population au 1<sup>er</sup> janvier 2026.

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par

$$f(x) = -0,05x^2 + 1,1x.$$

2. Démontrer que la fonction  $f$  est croissante sur l'intervalle  $[0 ; 11]$ .
3. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel  $n$ , on a

$$2 \leqslant v_{n+1} \leqslant v_n \leqslant 6.$$

4. En déduire que la suite  $(v_n)$  est convergente vers une limite  $\ell$ .
5. a. Justifier que la limite  $\ell$  vérifie  $f(\ell) = \ell$  puis en déduire la valeur de  $\ell$ .  
b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

**Partie C**

Cette partie a pour but de comparer l'évolution de la population dans les deux milieux.

1. En résolvant une inéquation, déterminer l'année à partir de laquelle la population du milieu A sera strictement inférieure à 3 000 individus.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer l'année à partir de laquelle la population du milieu B sera strictement inférieure à 3 000 individus.
3. Justifier qu'à partir d'une certaine année, la population du milieu B dépassera la population du milieu A.
4. On considère le programme Python ci-contre.
  - a. Recopier et compléter ce programme afin qu'après exécution, il affiche l'année à partir de laquelle la population du milieu B est strictement supérieure à la population du milieu A.
  - b. Déterminer l'année affichée après exécution du programme.

```
n=0  
u = 6  
v = 6  
while ... :  
    u = ...  
    v= ...  
    n = n+1  
print (2025 + n)
```