Nombres complexes

Fiche méthode : la forme algébrique

Définition : la forme algébrique d'un nombre complexe z est ***a+ib*** où a et b sont 2 réels.

Comment calcule-t-on avec les nombres complexes ?

Pour écrire la forme algébrique de sommes, de différences, de produits ou de puissances de nombres complexes, on utilise les mêmes règles de calculs que pour les nombres réels.

On remarquera que : $i^1=i$, $i^2=-1$, $i^3=-i$, $i^4=1$, $i^5=i$ etc... donc $i^{4n+1}=i^{4n}\times i=(i^4)^n \times i=1^n \times i=i$

Pour écrire la forme algébrique d'un quotient de nombres complexes, on utilise la forme conjuguée pour éliminer la partie imaginaire du dénominateur.

Exemple : Ecrire sous forme algébrique

$$\frac{2i-1}{3-i}=\frac{(2i-1)(3+i)}{\underbrace{(3-i)(3+i)}_{\text{on multiplie par le conjugué de } 3-i}}=\frac{6i+2i^2-3-i}{\underbrace{3^2+1^2}_{z.\bar{z}=a^2+b^2}}=\frac{-5+5i}{10}=\frac{-1+i}{2}$$

Comment résoudre une équation avec les nombres complexes ?

En terminale S, on peut rencontrer 4 types d'équations avec les nombres complexes : avec comme inconnues z, $\bar{z}$ ou les deux z et $\bar{z}$

type 1 : az+b=0
méthode : on isole z, donc $z=-\frac{b}{a}$, puis on calcule la forme algébrique de $-\frac{b}{a}$.

type 2 : a$\bar{z}$+b=0
méthode : on isole $\bar{z}$, donc $\bar{z}=-\frac{b}{a}$, puis on calcule la forme algébrique de $-\frac{b}{a}$, puis on prend son conjugué pour trouver z.

type 3 : az²+bz+c=0
méthode : on calcule le discriminant $\Delta= b^2-4ac$... et on applique le cours

type 4 : az+b$\bar{z}$+c=0
méthode : on pose z=x+iy avec x et y deux réels.
exemple : résoudre *2iz+3$\bar{z}$+1+4i=0*
on pose z=x+iy avec x et y deux réels. Soit : 2i(x+iy)+3(x-iy)+1+4i=0
$\Leftrightarrow$ *2ix-2y+3x-3iy+1+4i=0*
$\Leftrightarrow$ *3x-2y+1+i(2x-3y+4)=0*

d'où le système $\begin{cases}3x-2y+1=0\\2x-3y+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6x-4y+2=0\\6x-9y+12=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5y-10=0\\2x-3y+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=2\\x=1\end{cases}$

Conclusion : z=1+2i